

초음파 위성 위치인식(GPS 솔루션)

KITECH 양광웅 작성

Standard GPS position solution method using nonlinear least square

(Shuzhi Sam Ge의 책 Autonomous Mobile Robots 참조)

GPS 위성의 위치를 $\mathbf{x}_i = [x_i, y_i, z_i]^T$ 로, 수신기의 상태 벡터를 $\mathbf{x} = [x, y, z, b_u]^T$ 로, 송신부와 수신 부간에 측정된 거리를 ρ_i 로 표시할 경우 다음과 같이 계산가능하다. (x, y, z) 는 수신기 안테나의 위치이고 b_u 는 수신기 클럭의 바이어스다.

i번째 위성과 수신기간의 거리는 다음과 같이 계산한다.

$$\rho_i = \sqrt{(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2 + (z_i - z)^2} + b_u$$

위 식을 수신기의 현재 상태 예측값 $\hat{\mathbf{x}} = [\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}, \hat{b}_u]^T$ 에 대하여 테일러 시리즈로 전개하면

$$\rho_i(\mathbf{x}) \approx \hat{\rho}_i(\hat{\mathbf{x}}) + [\mathbf{h}_i, 1] \delta \mathbf{x}$$

이다. 여기서

$$\delta \mathbf{x} = \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}$$

$$\hat{\rho}_i(\hat{\mathbf{x}}) = \sqrt{(x_i - \hat{x})^2 + (y_i - \hat{y})^2 + (z_i - \hat{z})^2} + \hat{b}_u$$

$$\mathbf{h}_i = \left[\frac{\partial \rho_i}{\partial x} \quad \frac{\partial \rho_i}{\partial y} \quad \frac{\partial \rho_i}{\partial z} \right] \Bigg|_{(\hat{x}, \hat{y}, \hat{z})}$$

$$\frac{\partial \rho_i}{\partial x} = \frac{-(x_i - x)}{\sqrt{(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2 + (z_i - z)^2}}$$

$$\frac{\partial \rho_i}{\partial y} = \frac{-(y_i - y)}{\sqrt{(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2 + (z_i - z)^2}}$$

$$\frac{\partial \rho_i}{\partial z} = \frac{-(z_i - z)}{\sqrt{(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2 + (z_i - z)^2}}$$

m개의 위성간 측정값들은 다음과 같이 매트릭스 형태로 표현될 수 있다.

$$\delta \rho \approx \mathbf{H} \delta \mathbf{x}$$

$$\delta \rho \triangleq \begin{bmatrix} \Delta \rho_1 \\ \Delta \rho_2 \\ \vdots \\ \Delta \rho_m \end{bmatrix}, \quad \mathbf{H} \triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{h}_{1,1} \\ \mathbf{h}_{2,1} \\ \vdots \\ \mathbf{h}_{m,1} \end{bmatrix}$$

여기서 $\Delta \rho_i = \rho_i(\mathbf{x}) - \hat{\rho}_i(\hat{\mathbf{x}})$ 이다. $\rho_i(\mathbf{x})$ 는 위성과 수신기 간의 실제 측정 거리이다.

Weighted least square 해는 다음과 같다.

$$\delta \mathbf{x} = [\mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H}]^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} \delta \rho$$

여기서 측정 값의 공분산 행렬은 다음과 같다.

$$\mathbf{R} = [\mathbf{H}^T \mathbf{R}_\rho^{-1} \mathbf{H}]^{-1}$$

$$\mathbf{R}_\rho = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 & & 0 \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_m^2 \end{bmatrix}$$

1번째 위성의 σ_1^2 값은 수신된 데이터의 시계열 분석(time-series analysis)에 기반하여 결정된다.

마지막 과정으로, 위치의 추정값은 다음과 같이 수정된다.

$$\hat{\mathbf{x}}^+ = \hat{\mathbf{x}} + \delta \mathbf{x}$$

선형화로 인한 에러를 줄이기 위해서는, 에러 상태 벡터 $\delta \mathbf{x}$ 가 충분히 작은 값으로 수렴할 때까지 동일한 측정 데이터를 가지고 상기 프로세서를 반복 계산해야 한다. 현재 프로세서의 끝에서 계산된 수정된 위치는 다음 반복의 시작위치에 적용되어야 한다(i.e., $\hat{\mathbf{x}} \leftarrow \hat{\mathbf{x}}^+$).